

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 10-17. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Ange det uttryck som ska stå i parentesen för att likheten ska gälla.

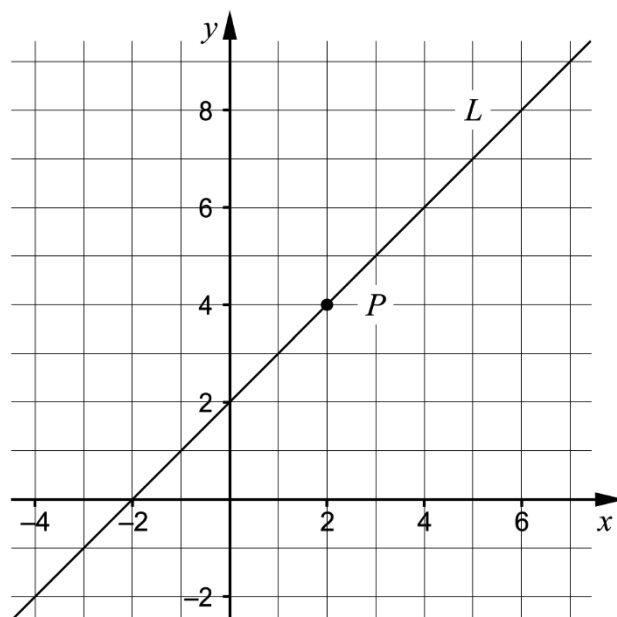
(      )  $\cdot (x - 5) = x^2 - 25$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a)  $5^x = 3$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $\sqrt{x+1} = 5$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. Koordinatsystemet visar en rät linje  $L$  och en punkt  $P$  som ligger på linjen.

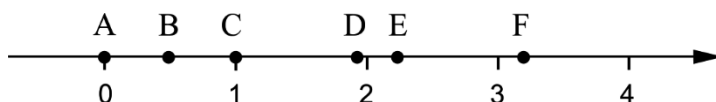


a) Ange ekvationen för den räta linjen  $L$ . \_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) Ange ekvationen för en annan rät linje så att den tillsammans med linjen  $L$  bildar ett ekvationssystem som har sin lösning i punkten  $P$ .

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. På tallinjen finns sex punkter A – F markerade.



Varje tal nedan motsvaras av en markerad punkt på tallinjen.

$$\square 99^0 \quad \square \sqrt{5} \quad \square 2^{-1} \quad \square 10^{\frac{1}{2}} \quad \square \lg 90$$

Para ihop vart och ett av talen med en punkt på tallinjen genom att skriva rätt bokstav A – F vid rätt tal.

(2/0/0)

5. Två av ekvationerna A – E har reella lösningar. Vilka två?

A.  $x^2 + 3 = 1$

B.  $x^2 + 6x - 3 = 2$

C.  $x^2 = -9$

D.  $x^2 - 4x + 9 = 2$

E.  $(x - 2)(x + 2) = 0$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

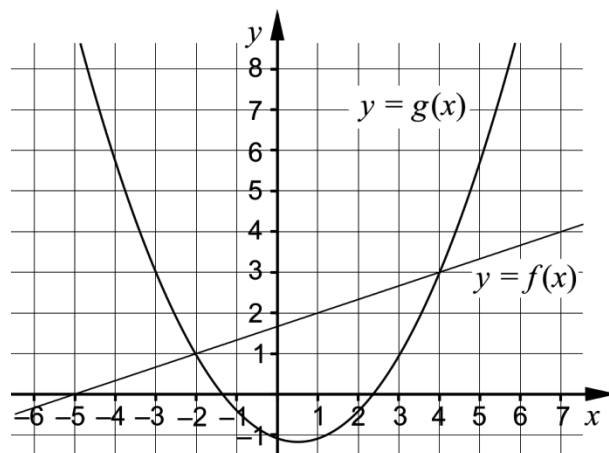
6. Beräkna  $10^{-x}$  om  $\lg x = 0$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Under år 1998 skickades 44 miljoner sms i Sverige. Under år 2012 skickades 16 514 miljoner sms. Anta att den årliga procentuella ökningen av antal sms per år har varit lika stor under hela tidsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med  $a$ . Teckna en ekvation med vars hjälp  $a$  kan beräknas.

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

8. Koordinatsystemet visar graferna till en rät linje  $f$  och en andragsgradsfunktion  $g$ .



Besvara frågorna med hjälp av graferna.

a) För vilka värden på  $x$  gäller att  $g(x) < 3$ ? \_\_\_\_\_ (0/2/0)

b) För vilka värden på  $x$  gäller att  $f(x) - g(x) = 0$ ? \_\_\_\_\_ (0/0/1)

9. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a)  $\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{3})^2 - (x + 3)}{2}$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

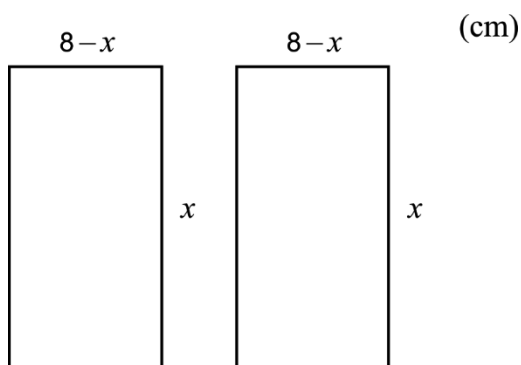
b)  $\frac{\lg \sqrt{x} \cdot \lg \left(\frac{x}{2}\right)^2}{\lg \frac{x}{2}}$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös andragradsekvationen  $x^2 - 6x + 5 = 0$  med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Lös ekvationssystemet  $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 2y - x = 4 \end{cases}$  med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna  $x$  cm respektive  $(8 - x)$  cm.

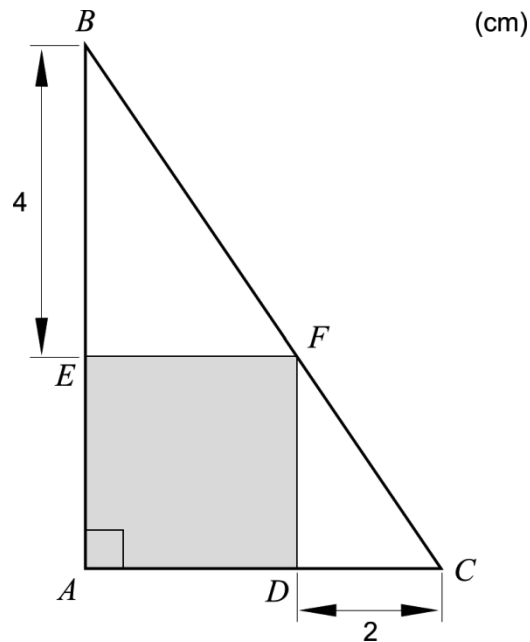


Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans. (1/2/0)

13. Förenkla uttrycket  $\frac{a^2 - 2b}{4}$  så långt som möjligt om  $a = 2x + 1$  och  $b = 2x - 1,5$  (0/2/0)

14. En andragradsekvation  $x^2 + (a + 4)x + (b + 5) = 0$  har lösningarna  $x_1 = 1$  och  $x_2 = -3$ . Bestäm värdet på  $a$  och  $b$ . (0/2/0)

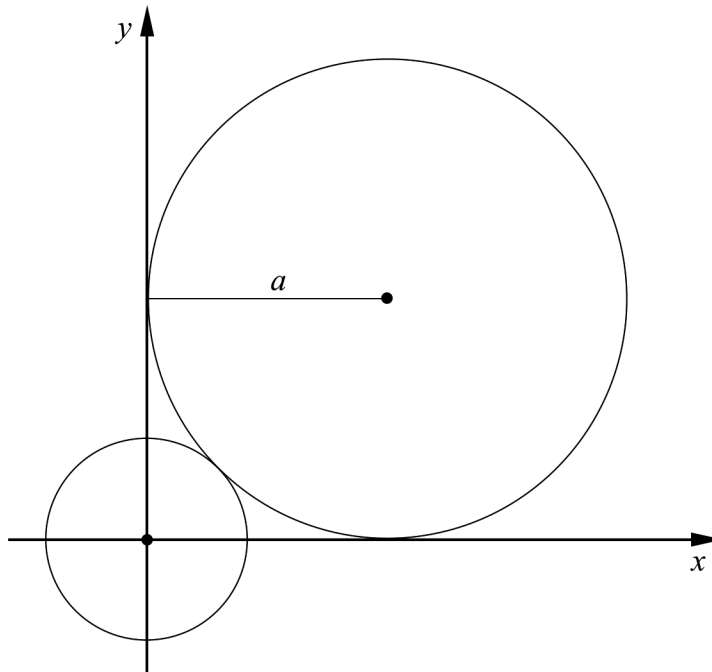
15. I en rätvinklig triangel  $ABC$  finns en grå kvadrat  $AEDF$  inritad. Sträckan  $BE$  är 4 cm och sträckan  $CD$  är 2 cm. Se figur.



Visa att den grå kvadrats area är  $8 \text{ cm}^2$ .

(0/2/0)

16. En cirkel med radien  $a$  tangerar de positiva koordinataxlarna. Den tangerar även en mindre cirkel som har mittpunkten i origo. Se figur.



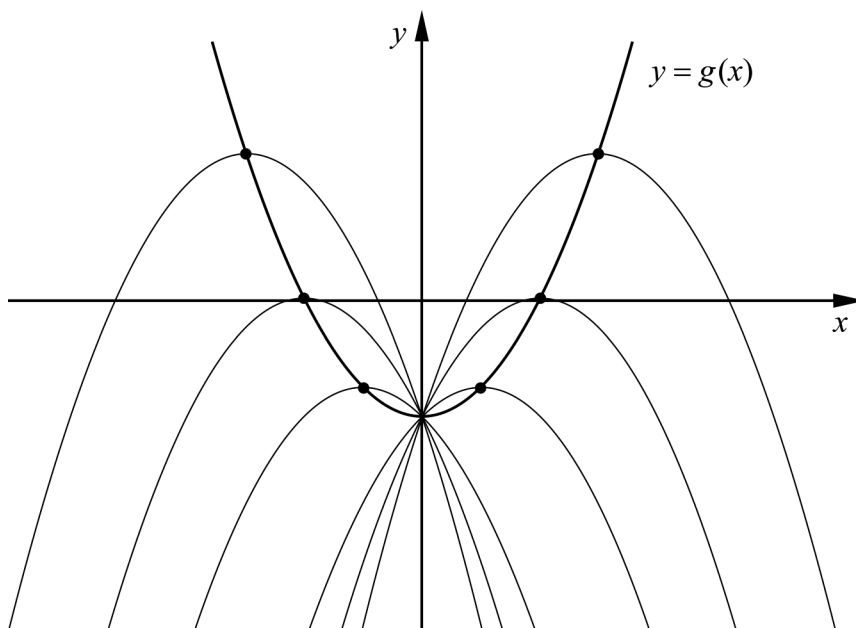
Visa att den mindre cirkels radie är  $a(\sqrt{2} - 1)$  längdenheter.

(0/0/3)

17. För andragradsfunktionen  $f$  gäller att  $f(x) = -0,5x^2 + bx - 2$

- a) Bestäm för vilka värden på  $b$  som  $f$  endast har ett nollställe. (0/2/0)

I figuren nedan ser du graferna till funktionen  $f$  för några olika värden på  $b$ . Grafernas maximipunkter är markerade. Då  $b$  varierar följer maximipunkterna grafen till en ny andragradsfunktion  $g$ , se figur.



- b) Bestäm andragradsfunktionen  $g$ . (0/0/3)

<b>Delprov D</b>	Uppgift 18-25. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter.
<b>Hjälpmedel</b>	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

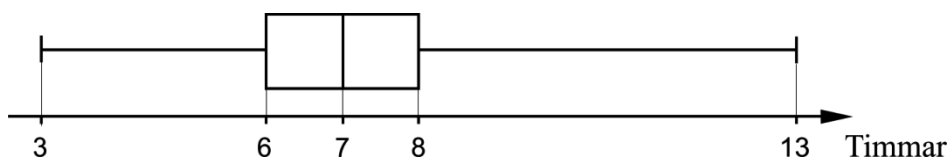


**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

18. En linje går genom punkterna  $(0, 0)$  och  $(3; 6,45)$ . En annan linje har ekvationen  $y = 2,15x + 3$ . Visa att linjerna är parallella. (2/0/0)

19. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = x^2 - 4x + C$  där  $C$  är en konstant. Punkten  $(5, 7)$  ligger på funktionens graf. Bestäm koordinaterna för en annan punkt som också ligger på grafen. (2/0/0)

20. Lådagrammet visar resultatet från ett stickprov. Stickprovet anger antalet timmar en person sov per natt under en period av 15 nätter.



Värdena i stickprovet nedan är angivna i storleksordning. Två värden har ersatts med  $x$  respektive  $y$ .

$x, 5, 6, 6, 7, 7, 7, y, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 13$

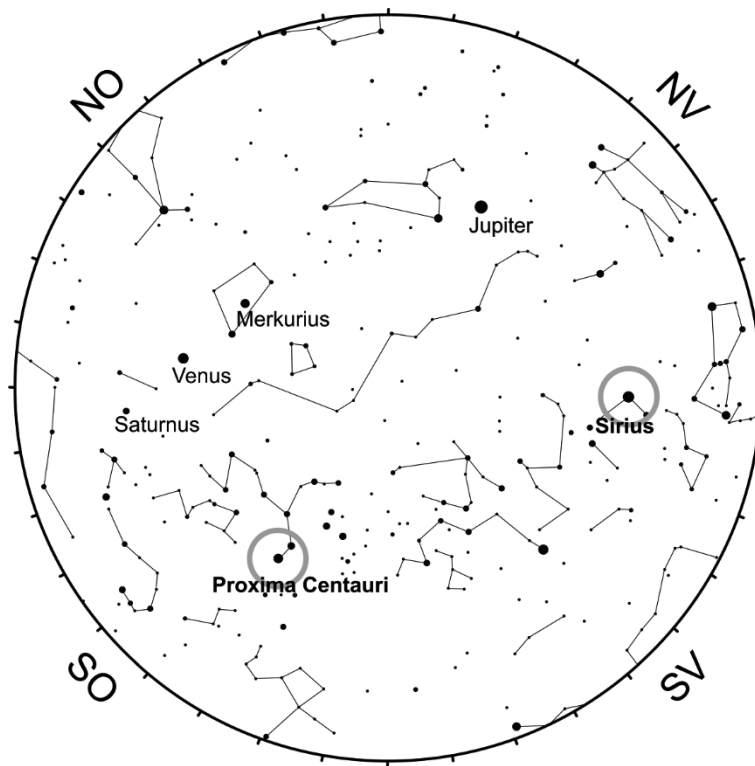
Vilka värden har  $x$  och  $y$ ? Motivera ditt svar. (2/0/0)

21. Magnituden  $M$  är ett mått på hur starkt en stjärna lyser och kan beräknas med hjälp av formeln

$$M - 5 = a - 5 \lg \left( \frac{r}{3 \cdot 10^{16}} \right)$$

där  $r$  är avståndet i meter från jorden till stjärnan och  $a$  en konstant för en specifik stjärna, se tabell nedan.

Stjärnans namn	$M$	$a$	$r$
Solen	4,80	-26,7	$1,50 \cdot 10^{11}$
Sirius A		-1,46	$8,14 \cdot 10^{16}$
Proxima Centauri	15,5	11,1	



- a) Beräkna magnituden  $M$  för stjärnan Sirius A. (2/0/0)
- b) Beräkna avståndet  $r$  till stjärnan Proxima Centauri. (0/2/0)

22. Ett exemplar av ett känt datorföretags första datormodell såldes under år 2013. I samband med försäljningen kunde man läsa följande i en tidningsnotis:

Priset för datorn har därmed tusenfaldigats, sedan den ursprungligen såldes 1976. Den tillverkades för hand av företagets båda grundare, ledaren Steve Jobs och programmeraren Steve Wozniak, hemma i Jobs garage.<sup>1</sup>



Enligt tidningsnotisen såldes datorn år 2013 till ett pris som var tusen gånger så stort som priset år 1976. Anta att den procentuella prisökningen varit lika stor varje år.

Beräkna den årliga procentuella prisökningen mellan år 1976 och år 2013 för datorn.

(0/3/0)

23. För en funktion  $f$  där  $f(x) = kx + m$  gäller att

- $f(x + 2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

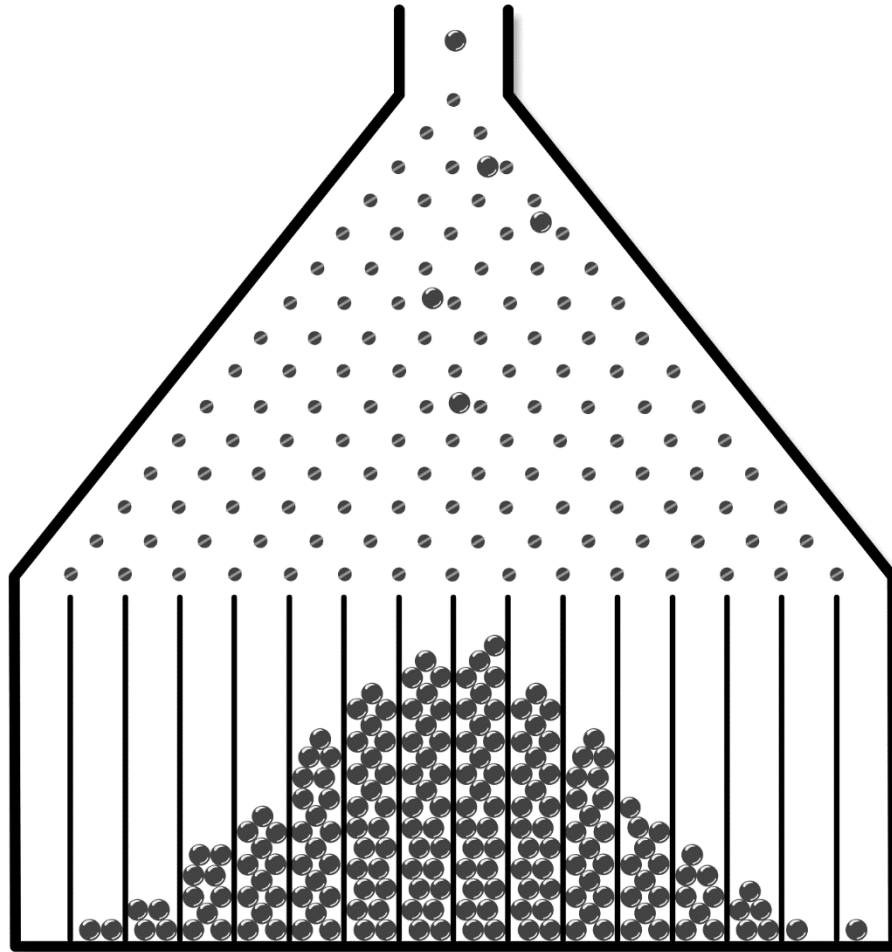
Bestäm funktionen  $f$ .

(0/0/2)

---

<sup>1</sup> TT 26 maj 2013

24. En Galtonbräda är en anordning som används för att illustrera normalfördelning. Kulor släpps ner och ändrar riktning genom att passera ett antal spikar. Kulorna hamnar i olika fack och antalet kulor i facken blir ungefär normalfördelat kring mitten av brädan. Se figur.



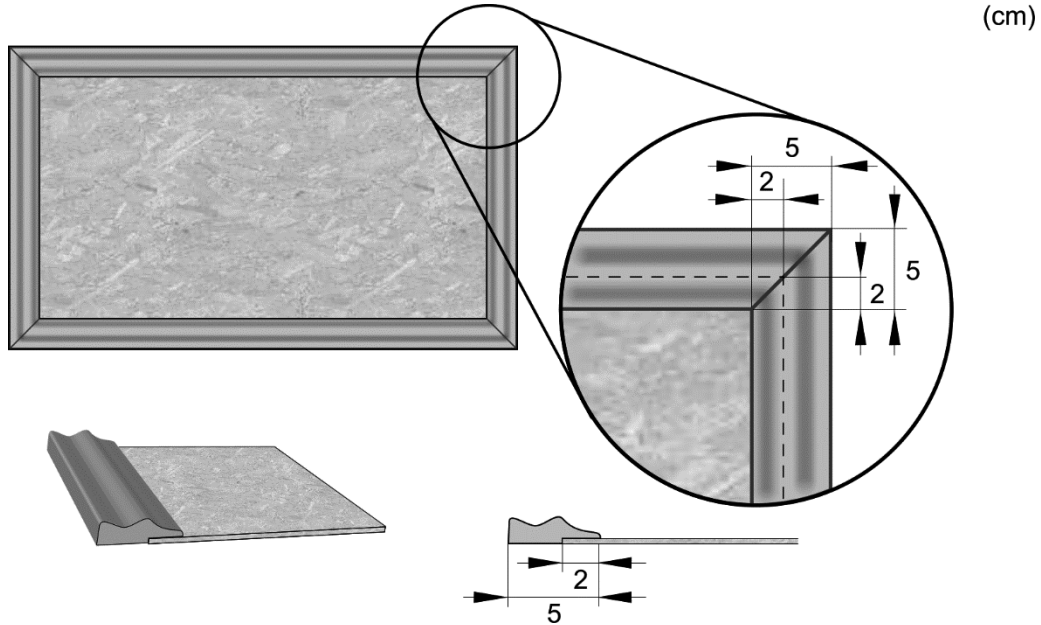
Fack nr 1 2 3 4 5 6 7 8 ... ..

Vid ett experiment släpptes 1478 kulor ner i en Galtonbräda med 16 fack. I fack 6 hamnade 136 kulor, i fack 7 hamnade 223 kulor och i fack 8 hamnade 281 kulor.

Hur många kulor bör ha hamnat i fack 5?

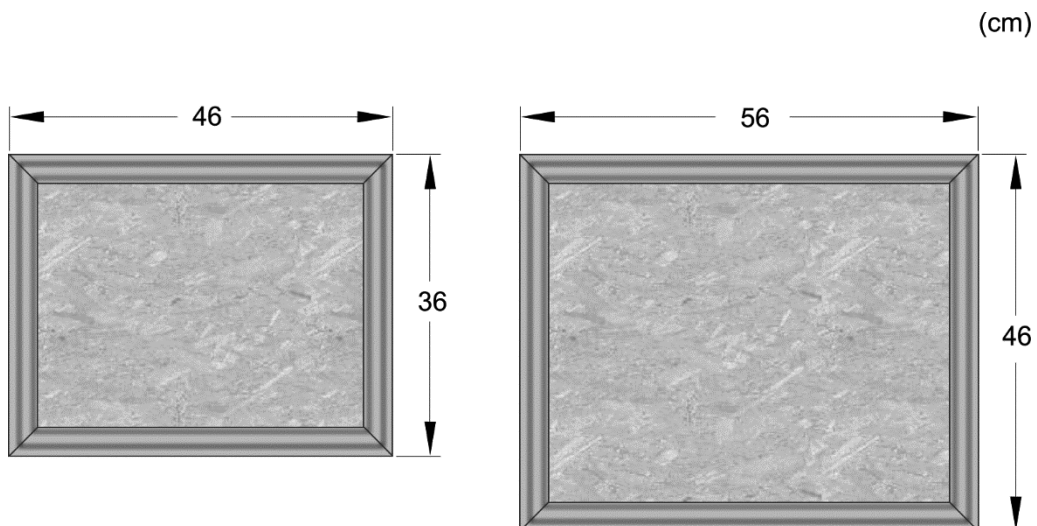
(0/0/2)

25. Ett företag tillverkar anslagstavlor av olika storlekar. Varje anslagstavla består av en rektangulär platta omgiven av en ram. Ramen består av fyra delar som sågas till av en 5 cm bred trälist. Delarnas ändrar är sågade med vinkeln  $45^\circ$  och trälistens utseende gör att delarna bara kan monteras på ett sätt. Ramen monteras så att den går 2 cm in över plattans framsida. Se figur.



Materialkostnaden för en anslagstavla beror på plattans area och trälistens längd. Priset för plattan anges i  $\text{kr/m}^2$  och för trälistens i  $\text{kr/m}$ .

Materialkostnaden för en anslagstavla med bredden 36 cm och längden 46 cm är 59 kr. För en anslagstavla med bredden 46 cm och längden 56 cm är materialkostnaden 81 kr. Se figur.



Teckna ett generellt uttryck för den totala materialkostnaden för anslagstavlor som har bredden  $a$  m och längden  $b$  m.

(0/0/4)

## Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning .....	3
Bedömningsanvisningar .....	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	4
Provsammanställning – Kunskapskrav .....	5
Provsammanställning – Centralt innehåll .....	6
Kravgränser .....	7
Resultatsammanställning .....	7
Bedömningsformulär .....	8
Bedömningsanvisningar .....	9
Delprov B .....	9
Delprov C .....	10
Delprov D .....	12
Bedömda elevlösningar .....	15
Uppgift 10 .....	15
Uppgift 15 .....	15
Uppgift 16 .....	17
Uppgift 17.a .....	20
Uppgift 17.b .....	21
Uppgift 18 .....	22
Uppgift 19 .....	23
Uppgift 22 .....	23
Uppgift 25 .....	26
Ur ämnesplanen för matematik .....	30
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c .....	31
Centralt innehåll Matematik kurs 2c .....	32

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvartyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvartyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvartypuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

#### Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1  $E_P$   
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...) +1  $E_P$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

#### Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ... 1 $E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ... 1 $E_R$ och 1 $C_R$	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ... 1 $E_R$ , 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, $\neq$ , <, >, $\leq$ , $\geq$ , $\approx$ , $\pm$ , $\sqrt{\quad}$ , $\sqrt[n]{\quad}$ , $f(x)$ , $x$ , $y$ , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , ( ), %, {, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. $x$ -led, $y$ -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter







## Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.  
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

## Resultatsammanställning

Vid sammanställning av elevernas provresultat på poäng-, betygs- och förmågenivå kan med fördel bedömningsformuläret på nästa sida användas. Via TUV:s hemsida [www.edusci.umu.se/np/np-2-4](http://www.edusci.umu.se/np/np-2-4) finns även återrapporteringsfilen i vilken det är möjligt att skapa överskådliga elevprofiler i form av diagram. Inmatningen av elevresultat i återrapporteringsfilen underlättas om läraren har ifyllda bedömningsformulär tillgängliga.

För mer information om återrapportering av elevresultat, t.ex. lösenord till inloggningen, se Lärarinformationen.

# Bedömningsformulär

Elev: \_\_\_\_\_ Klass: \_\_\_\_\_ Provbetyg: \_\_\_\_\_

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1												
	2a												
	2b												
	3a												
	3b												
	4_1												
	4_2												
	5												
	6												
	7												
	8a_1												
	8a_2												
	8b												
	9a												
9b													
C	10_1												
	10_2												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												
	16_3												
	17a_1												
17a_2													
17b_1													
17b_2													
17b_3													

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	20_1												
	20_2												
	21a_1												
	21a_2												
	21b_1												
	21b_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	23_1												
	23_2												
	24_1												
	24_2												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
25_4													
<b>Total</b>													
<b>Σ</b>													

	<b>Total</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>8</b>	<b>5</b>
<b>Σ</b>	<b>57</b>	<b>20</b>				<b>20</b>				<b>17</b>			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

### Delprov B

- 1.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar ( $x + 5$ ) +1 E<sub>P</sub>
- 
- 2.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar ( $x = \frac{\lg 3}{\lg 5}$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = 24$ ) +1 E<sub>P</sub>
- 
- 3.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar ( $y = x + 2$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar (t.ex.  $y = 4$ ) +1 E<sub>PL</sub>
- 
- 4.** **Max 2/0/0**
- Anger minst tre korrekta alternativ +1 E<sub>B</sub>  
med korrekt svar
- C  $99^0$      E  $\sqrt{5}$      B  $2^{-1}$      F  $10^{\frac{1}{2}}$      D  $\lg 90$  +1 E<sub>B</sub>
- 
- 5.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (Alternativ B:  $x^2 + 6x - 5 = 0$  och E:  $(x - 2)(x + 2) = 0$ ) +1 C<sub>B</sub>
- 
- 6.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (0,1) +1 C<sub>B</sub>

7. **Max 0/1/0**  
 Korrekt svar (t.ex.  $16514 = 44 \cdot a^{14}$ ) +1 C<sub>M</sub>

8. **Max 0/2/1**  
 a) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då  $x$  är mellan  $-3$  och  $4$ ” +1 C<sub>B</sub>  
 med korrekt använda olikhetstecken ( $-3 < x < 4$ ) +1 C<sub>K</sub>  
 b) Korrekt svar ( $x = -2$  och  $x = 4$ ) +1 A<sub>B</sub>

9. **Max 0/0/2**  
 a) Korrekt svar ( $\sqrt{3x}$ ) +1 A<sub>P</sub>  
 b) Korrekt svar ( $\lg x$ ) +1 A<sub>P</sub>

### Delprov C

10. **Max 2/0/0**  
 Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 5$ ) +1 E<sub>P</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



11. **Max 2/0/0**  
 Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = -2$ ,  $y = 1$ ) +1 E<sub>P</sub>

12. **Max 1/2/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala area,  $2x(8 - x)$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger funktionens maximum +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $32 \text{ cm}^2$ ) +1 C<sub>PL</sub>

**13.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för  $a$  och  $b$  och utvecklar  $a^2$ ,

$$\frac{(4x^2 + 4x + 1) - 2(2x - 1,5)}{4}$$

+1 C<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x^2 + 1$ )

+1 C<sub>P</sub>

**14.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem

+1 C<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $a = -2$  och  $b = -8$ )

+1 C<sub>PL</sub>

**15.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en relevant ekvation utifrån likformighet

+1 C<sub>R</sub>

med fortsatt välgrundat resonemang som visar att arean är  $8 \text{ cm}^2$

+1 C<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



**16.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt,  $\sqrt{2}a$

+1 A<sub>R</sub>

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är  $a(\sqrt{2} - 1)$  i.e.

+1 A<sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



17.

Max 0/2/3

- a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen  $x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$  för beräkning av funktionens nollställe +1 C<sub>P</sub>  
 med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ( $b = \pm 2$ ) +1 C<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- b) Godtagbar ansats, t.ex. visar att maximipunkternas  $y$ -koordinat för olika värden på  $b$  är  $-0,5b^2 + b^2 - 2$  +1 A<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt tecknat funktionsuttryck för  $g$  ( $g(x) = 0,5x^2 - 2$ ) +1 A<sub>PL</sub>  
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A<sub>K</sub>

*Kommentar:* Lösning som baseras på specialfall är också godtagbar eftersom det i uppgiften är givet att  $g$  är en andragsgradsfunktion.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



### Delprov D

18.

Max 2/0/0

- Godtagbar ansats, t.ex. inser att  $k$ -värdet för linjen genom origo ska bestämmas +1 E<sub>R</sub>  
 med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella +1 E<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



19.

Max 2/0/0


- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten  $C$ ,  $C = 2$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. (0, 2)) +1 E<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*





- 20.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer ett värde korrekt +1 E<sub>B</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 3$  och  $y = 7$ ) +1 E<sub>B</sub>
- 21.** **Max 2/2/0**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt uttryck för bestämning av  $M$ ,  

$$M = -1,46 - 5 \cdot \lg\left(\frac{8,14 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^{16}}\right) + 5$$
 +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1,37) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till  $0,12 = \lg\left(\frac{r}{3 \cdot 10^{16}}\right)$  +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ( $3,95 \cdot 10^{16}$  m) +1 C<sub>P</sub>
- 22.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, tolkar problemet och kommer fram till ekvationen  
 $1000 = a^{37}$  +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (21 %) +1 C<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.*** 
- 23.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5 +1 A<sub>B</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = 1,5x + 6$ ) +1 A<sub>PL</sub>
- 24.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, inser att en standardavvikelse motsvarar två fack, d.v.s.  
 att fack 7 och 8 tillsammans innehåller 34,1 % av totala antalet kulor +1 A<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (65 stycken) +1 A<sub>PL</sub>

25.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem	+1 A <sub>M</sub>
med godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas, 150 kr/m <sup>2</sup> för plattan och 25 kr/m för trälisten	+1 A <sub>M</sub>
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (150ab + 41a + 41b + 0,54)	+1 A <sub>M</sub>
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4	+1 A <sub>K</sub>

*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



## Bedömda elevlösningar

### Uppgift 10.

#### Elevlösning 10.1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$x = -3 \pm 2$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andrags-ekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

### Uppgift 15.

#### Elevlösning 15.1 (1 CR)

Svar:

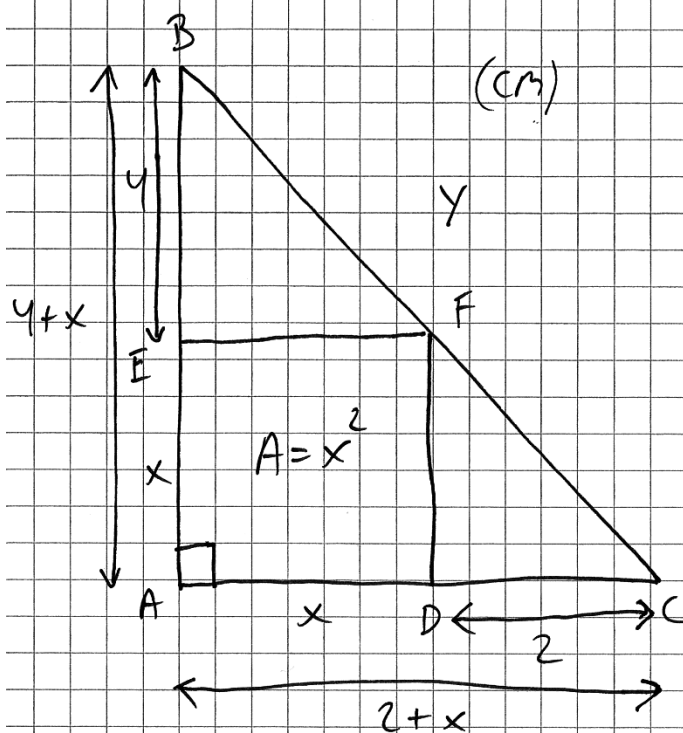
$$2 \cdot x \cdot \frac{4}{x} = \frac{x}{2} \cdot x \cdot 2$$

$$8 = x^2$$

$$\sqrt{8} = x$$

$$\text{Kvadratens area} = \sqrt{8}_{\text{cm}} \cdot \sqrt{8}_{\text{cm}} = 8 \text{ cm}^2$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet vilket motsvarar en godtagbar ansats. Resonemanget i övrigt anses inte välgrundat då en definition av variabeln  $x$  och förklarande text saknas. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 15.2 (2 C<sub>R</sub>)

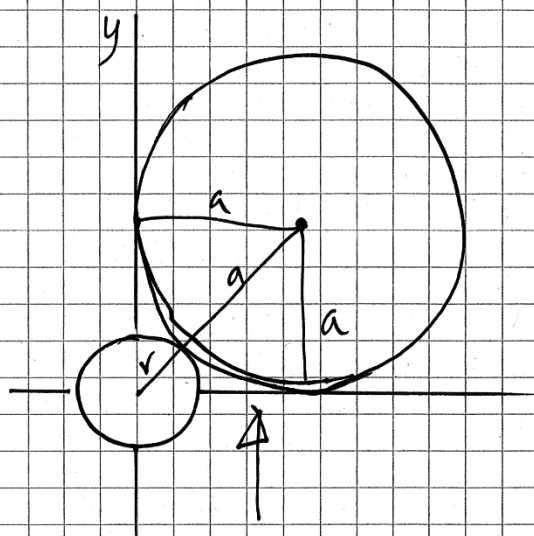
Svar: De två små  
triangelarna är likformiga  
därför använder jag  
likformighet.

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{2}$$

$$8 = x^2 \quad \text{stämmer!}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet. Variabeln  $x$  definieras genom figuren och figuren visar även att kvadratens area är  $A = x^2$ . Slutfrasen ” $8 = x^2$  stämmer” anses tillsammans med figuren motsvara kraven för ett välgrundat resonemang. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen på C-nivå.

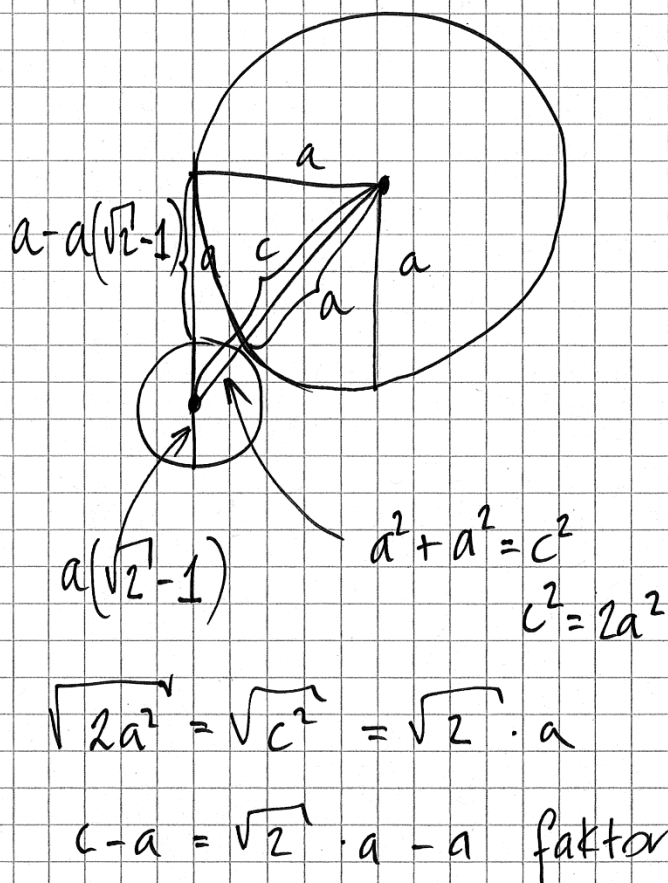
## Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (1 A<sub>R</sub>)

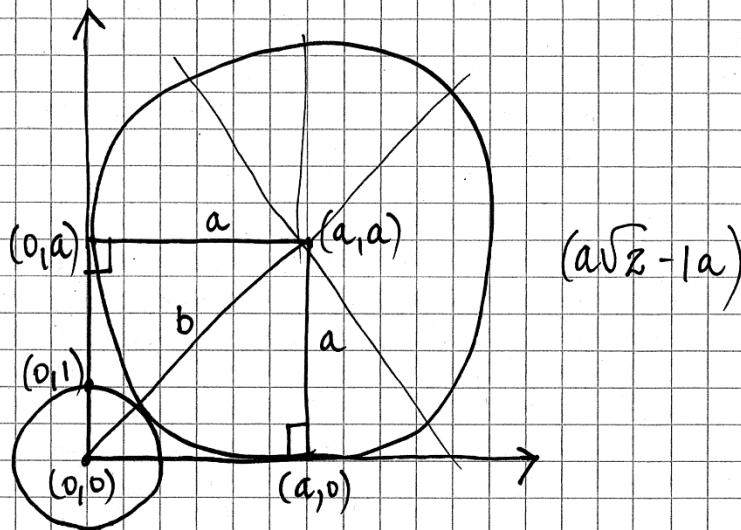
har blivit en rätvinklig triangel  
 med hypotenusan  $r+a$ . Sen Pythagoras-  
 $(r+a)^2 = a^2 + a^2$  sats  
 $r+a = \sqrt{a^2 + a^2}$   
 $r = \sqrt{2a^2} - a$   
 $r = a(\sqrt{2} - 1)$

*Kommentar:* I elevlösningen är påståendet "har blivit en rätvinklig triangel..." otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

## Elevlösning 16.2 (2 AR)



*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av  $c - a$ . Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 16.3 (2 A<sub>R</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

arean för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

$$a^2$$

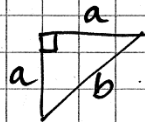
För att komma åt  $b$  använder jag Pythagoras. Kvadraten har  $90^\circ$  vinklar (4st)

$$(a^2 + b^2 = c^2)$$

$$a^2 + a^2 = b^2$$

$$2a^2 = b^2$$

$$b^2 = 2a^2$$



Stora cirkelns radie är  $a$  vilket betyder att lilla cirkelns radie är  $b - a$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{2a^2}$$

$$b = \sqrt{2} a$$

$$(\sqrt{2} \cdot a - a) = a(\sqrt{2} - 1) \text{ le}$$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

## Uppgift 17.a

Elevlösning 17.a.1 (1 C<sub>P</sub> och 1 C<sub>R</sub>)

$$-0,5x^2 + bx - 2 = 0$$

$$x^2 - 2bx + 4$$

$$x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$$

$$\text{Om } b^2 - 4 = 0$$

en lösning

$$b = \pm 2$$

$$\text{Svar: } b = \pm 2$$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med "Om  $b^2 - 4 = 0$  en lösning" och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.



## Uppgift 17.b

Elevlösning 17.b.1 (2 A<sub>PL</sub>)

$$f(x) = -0,5x^2 + bx - 2$$

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4}}{2}$$

maximipunkten är där  $x = b$

definition:  $g(x) = ax^2 + 2x + c$

$$g(x) = f(x) \text{ då } b = x$$

$\swarrow$  b i f(x)

$$g(x) = -0,5x^2 + x^2 - 2$$

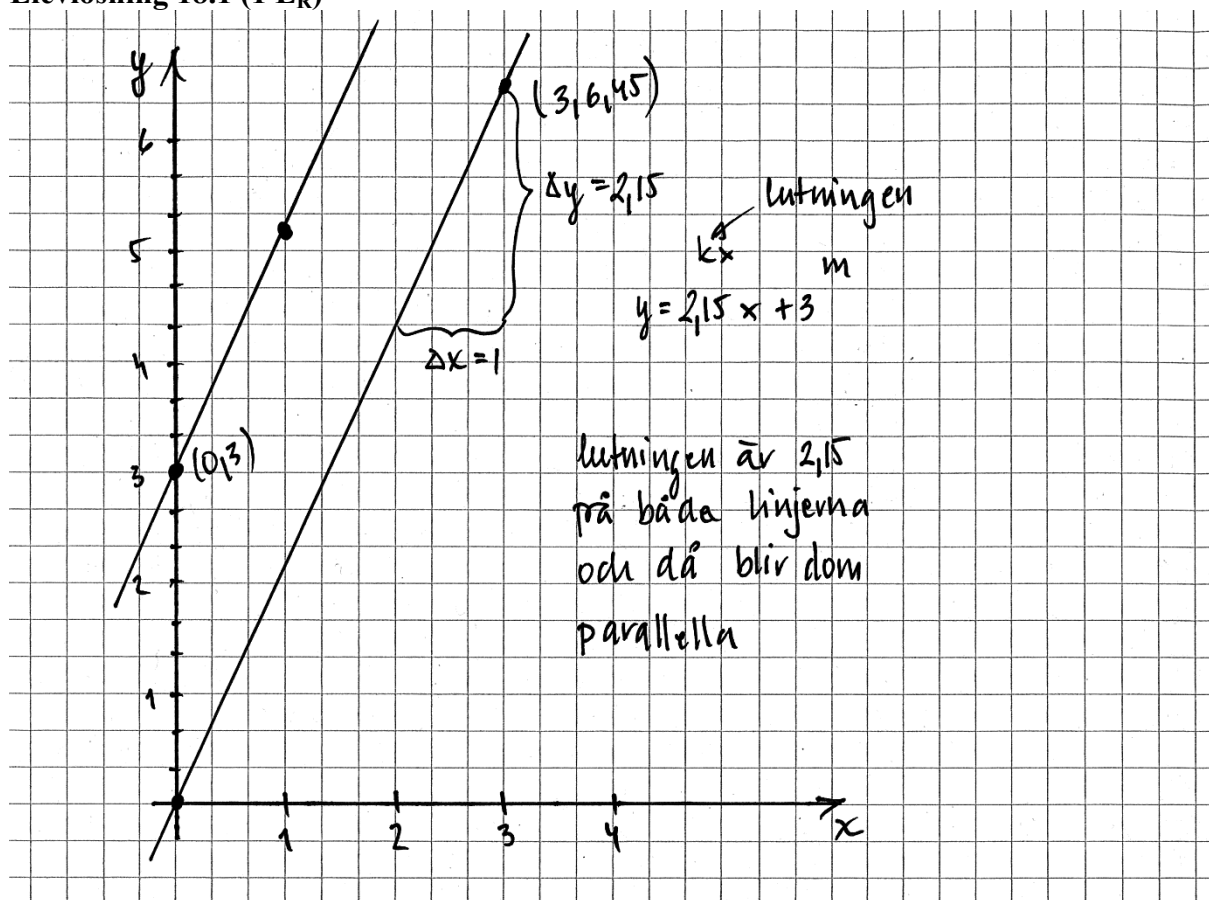
$$g(x) = 0,5x^2 - 2 \quad \swarrow \quad b = x \rightarrow x \cdot x$$

Svar:  $g(x) = 0,5x^2 - 2$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. På rad fyra definieras  $g(x)$  felaktigt, men används inte. Gällande kommunikation anses lösningen inte vara lätt att följa och förstå då förklarande text samt vissa steg i beräkningarna saknas. Till exempel förklaras inte varför "maximipunkten är där  $x = b$ ". Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

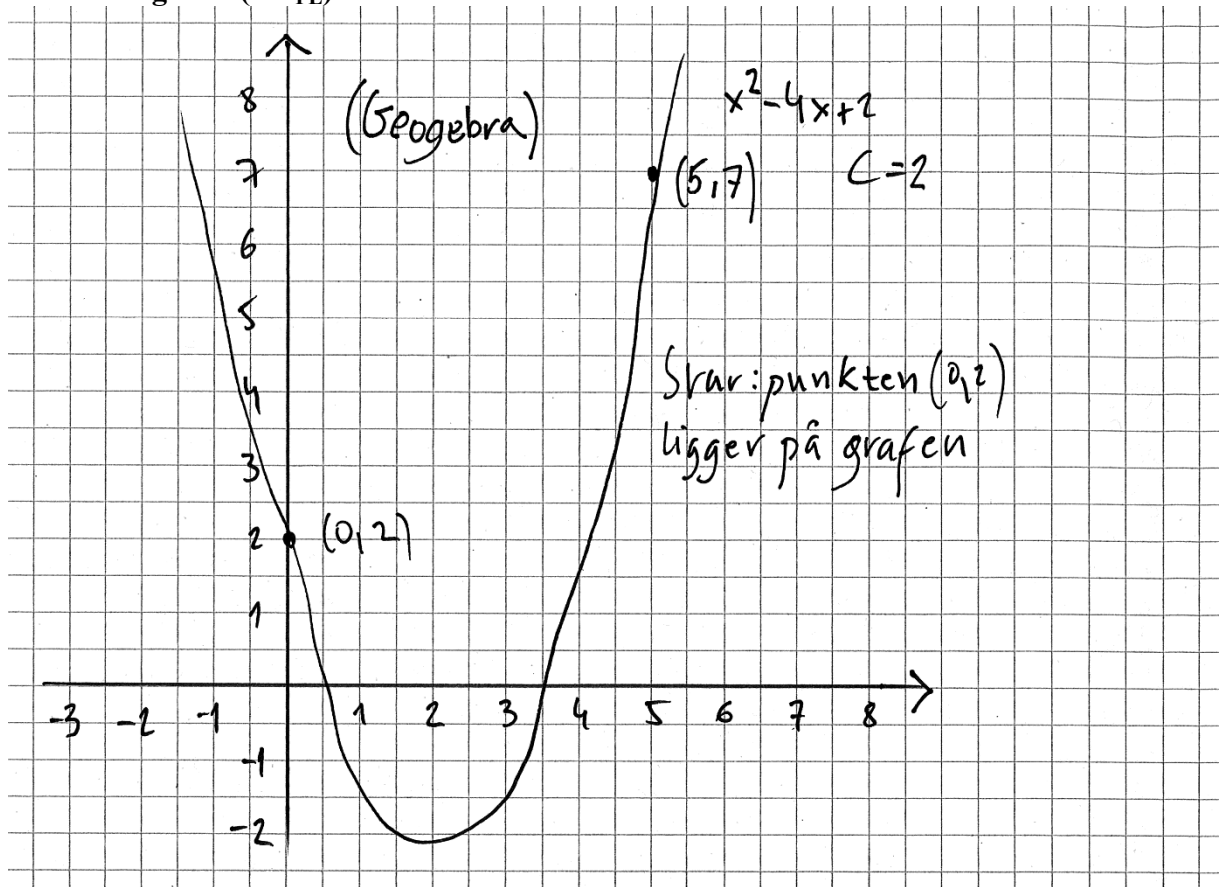
## Uppgift 18.

## Elevlösning 18.1 (1 ER)



*Kommentar:* I elevlösningen visas insikt om att  $k$ -värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

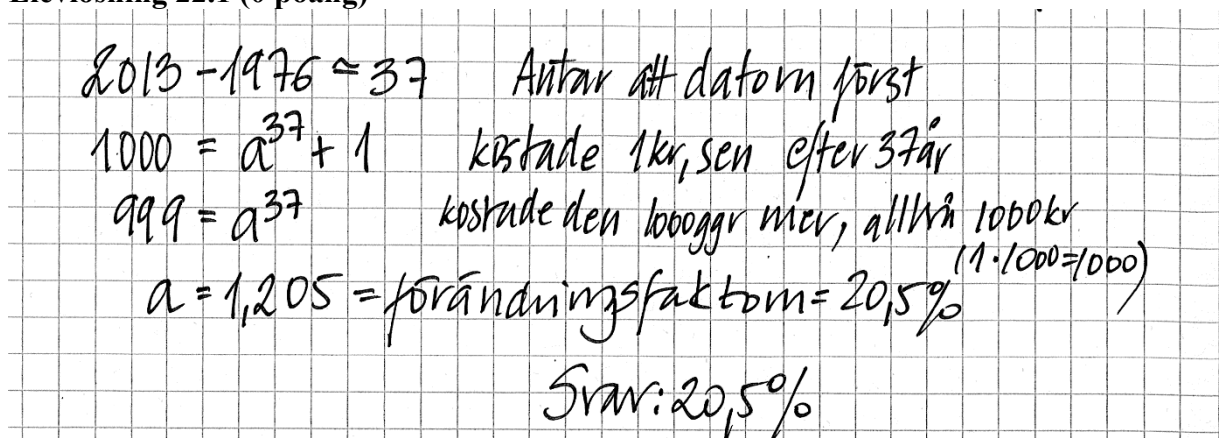
## Uppgift 19.

Elevlösning 19.1 (1 E<sub>PL</sub>)

*Kommentar:* Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten  $C = 2$  eller för bestämning av punkten  $(0, 2)$ . Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

## Uppgift 22.

## Elevlösning 22.1 (0 poäng)



*Kommentar:* Elevlösningen visar en felaktigt tecknad ekvation och därmed uppfylls inte kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 22.2 (2 C<sub>M</sub>)

$$y = C \cdot a^x$$

$$C = 1 \quad y = 1000$$

$$x = 37 \text{ år}$$

$$1000 = 1 \cdot a^{37}$$

$$a^{37} \cdot 1000$$

$$(a^{37})^{\frac{1}{37}} = 1000^{\frac{1}{37}}$$

$$a = 1,205 = 20,5\%$$

Svar: Den årliga ökningen är 20,5%

$$y = \text{nya priset}$$

$$C = \text{ursprungspriset}$$

$$a = \text{Procentuella ökning}$$

$$x = \text{antal år}$$

*Kommentar:* Elevlösningen ger ett korrekt svar utifrån ett antagande om ett ursprungspris. Gällande kommunikation definieras  $a$  som "Procentuella ökning" och på näst sista raden används likhetstecknet felaktigt då 1,205 omvandlas till 20,5 % utan motivering. Det saknas även ett antagande om att ursprungspriset är 1. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspåeng på C-nivå inte anses uppfyllda.

Elevlösning 22.3 (1 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

2013 såldes datom

1976 såldes datom

$$2013 - 1976 = 37 \text{ år}$$

På 37 år höjdes priset med tusen ggr  $\rightarrow$

Något som ökar 1000 gånger i pris ökar  
 procentuellt med 100 000%

$x$  = årliga förändringsfaktor

$$x^{37} = 1000$$

$$x = 1,2052\dots$$

$x \approx 1,205$  Svar: Årliga procentuella  
 prisökningen var ca 120,5%

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats med en korrekt beräkning av förändringsfaktorn. Tolkningen av förändringsfaktorn är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. Gällande kommunikation är variabeln  $x$  korrekt definierad och lösningen är möjlig att följa och förstå trots att ett mellanled vid beräkningen av förändringsfaktorn saknas. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 25.

Elevlösning 25.1 (1 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$36 \times 46 = 59 \text{ kr}$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$36 \times 46 \rightarrow \text{plattan} = 30 \cdot 40 \text{ cm} \rightarrow 0,12 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (31 \cdot 2) + (41 \cdot 2) = 144 \text{ cm (längd)} = 1,44 \text{ m}$$

$$\text{pris i kr för plattan } x/\text{m}^2$$

$$\text{pris i kr för ramen } y/\text{m}$$

$$0,12x + 1,44y = 59$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$46 \times 56 \rightarrow \text{plattan} \rightarrow 40 \times 50 \text{ cm} \rightarrow 0,2 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (41 \cdot 2) + (51 \cdot 2) = 184 \text{ cm (längd)} = 1,84 \text{ m}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \\ 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \\ 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0,2x + 1,84y = 81 \quad \cdot 5$$

$$\Rightarrow x = 405 - 9,2y$$

ins i  $\textcircled{2}$

$$(405 - 9,2y) \cdot 0,12 + 1,44y = 59$$

$$48,6 - 1,104y + 1,44y = 59$$

$$0,336y = 10,4$$

$$y = 30,9523\dots$$

ins i  $\textcircled{1}$

Fortsättning på nästa sida.

$$0,2x + 1,84(30,9523...) = 81$$

$$0,2x = 24,0476$$

$$x = 120,2380...$$

$$\text{plattan} = 120 \text{ kr/m}^2$$

$$\text{ramen} = 31 \text{ kr/m}$$

avla med bredden  $a$  m och längden  $b$  m

$$\text{plattan} = ((a - 0,06) \cdot (b - 0,06)) \cdot 120 \text{ kr}$$

$$\text{ramen} = ((2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1)) \cdot 31 \text{ kr}$$

totalt pris =

$$((a - 0,06) \cdot (b - 0,06)) \cdot 120 + ((2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1)) \cdot 31 \text{ kr} =$$

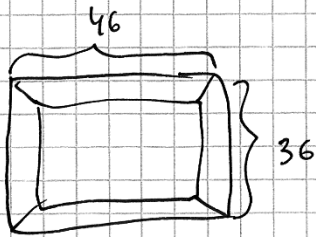
$$= (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036) \cdot 120 +$$

$$+ (4ab - 0,2a - 0,2b + 0,01) \cdot 31 =$$

$$= 120ab - 7,2a - 7,2b + 0,432 + 124ab - 6,2a$$

$$- 6,2b + 0,31 = \underline{\underline{244ab - 13,4a - 13,4b + 0,742 \text{ kr}}}$$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 25.2 (3 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

längd av list = 164 cm

plattans sidor

utan ram:  $40 \times 30$

Area =  $1200 \text{ cm}^2$

$$1200 \text{ cm}^2 = 0,12 \text{ m}^2$$

$$164 \text{ cm} = 1,64 \text{ m}$$

$x$  = pris/ $\text{m}^2$  för plattan

$x$  = pris/m för listan

$$0,12 y + 1,64 x = 59 \text{ kr}$$

genom att använda samma

på den stora kuben för jäg

fram: längd på list:  $2,04 \text{ m}$

area på plattan:  $0,2 \text{ m}^2$

$$0,2 y + 2,04 x = 81 \text{ kr}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$0,2 y \cdot -0,6 = -0,12 y$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ -0,12 y - 1,224 x = -48,6 \end{cases}$$

Additions formeln

$$0,12 y - 0,12 y + 1,64 x - 1,224 x = 59 - 48,6$$

$$0,416 x = 10,4$$

$x = 25 \text{ kr/m}$  för list

Fortsättning på nästa sida.



$$0,12y + 1,64 \cdot 25 = 59$$

$$y = 150 \text{ kr/m}^2 \text{ för platta}$$

$$25 \cdot 2(a+b) + (a-0,06)(b-0,06) \cdot 150 =$$

$\frac{\text{pris}}{\text{längd}}$   
( $u$ )
 $\frac{\text{pris}}{\text{area}}$   
(platta)

$$50a + 50b + (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036)150$$

$$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0,54$$

$$41a + 41b + 150ab + 0,54 = \text{pris}$$

där  $a$  är bredden i m och

$b$  är längden i m

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

## Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklades såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklades användes matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

### Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

### Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

## Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

### Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget D** Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

### Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget B** Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

### Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

## Centralt innehåll Matematik kurs 2c

*Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:*

### Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
- T9** Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
- T10** Begreppet linjärt ekvationssystem.
- T11** Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
- T12** Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

### Geometri

- G3** Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
- G4** Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

### Samband och förändring

- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
- F5** Egenskaper hos andragradsfunktioner.

### Sannolikhet och statistik

- S1** Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
- S3** Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
- S4** Egenskaper hos normalfördelat material.

### Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.